2025 ズバリ！的中 物理

京都大学

光子気体の内部エネルギーの温度依存性を熱サイクルを用いて導出する問題がズバリ的中

入試問題

前期日程
物理問題 Ⅲ（２）

（２） 単原子分子理想気体とは異なる状態方程式や内部エネルギーの式に従う気体Ｆの状態変化について考える。ただし，この気体Ｆは考えている温度や圧力の範囲で気体として振る舞う。また，熱力学第一法則に従い，理想気体と同様に加熱すると圧力が上昇し，気体がする仕事は理想気体と同様に表される。この気体の圧力，体積，内部エネルギーをそれぞれ P，V，U とすると，気体Ｆについて $U = 3PV$ であることがわかっている。

気体Ｆの断熱膨張を考える。気体の体積が V から $V + \Delta V$ に微小変化するとき，圧力は P から $P + \Delta P$ に，内部エネルギーは U から $U + \Delta U$ に，それぞれ微小変化するとする。ここで，$\Delta V \ll V$，$|\Delta U| \ll U$，$|\Delta P| \ll P$ である。また，以下では $\Delta P \Delta V$ などの微小量どうしの積は無視してよい。この微小変化により気体がする仕事を，P，V，ΔP，ΔV から必要なものを用いて表すと $\boxed{\text{き}}$ となる。したがって，

$$\frac{\Delta P}{P} + \boxed{\text{く}} \times \frac{\Delta V}{V} = 0$$

が得られる。これより，気体Ｆのゆっくりとした断熱変化において $PV^{\gamma} =$ 一定（$\gamma = \boxed{\text{く}}$）の関係が成り立つことが示される。

単位体積あたりの内部エネルギーはエネルギー密度と呼ばれる。気体Ｆのエネルギー密度を u と表すと $u = \frac{U}{V} = 3P$ である。気体Ｆのエネルギー密度は，絶対温度 T のみに依存し $u = aT^{x}$ と表されることがわかっている。ここで，a と x は正の定数である。気体Ｆを作業物質とするサイクルを考えることで x を求めてみよう。このサイクルでは，図２に示すように，気体は状態Ａ→状態Ｂ→状態Ｃ→状態Ｄ→状態Ａのように変化し，もとに戻る。各変化は，

状態Ａ→状態Ｂ：気体を断熱壁で覆った断熱変化
状態Ｂ→状態Ｃ：絶対温度 T_{B} の熱源に気体を接触させた等温変化
状態Ｃ→状態Ｄ：気体を断熱壁で覆った断熱変化
状態Ｄ→状態Ａ：絶対温度 T_{A} の熱源に気体を接触させた等温変化

である。ここで，各変化はゆっくりと進行し，また各状態での気体の体積と圧力

河合塾

第2回京大入試オープン模試
物理問題 Ⅲ（２）

(2) (1)での考察を，体積 V の容器内に電磁波が充満しており，この電磁波が熱平衡状態にある場合に適用してみよう。容器内に充満している電磁波を N 個の光子(粒子としての光)の集合とみなし，この状態を光子気体と呼ぶことにする。容器内の光子の速さを真空中の光速 c とする。このとき，１個の光子が持つ運動量の大きさを p とすると，この光子が持つエネルギーは pc であり，容器内の光子気体の内部エネルギー U は $U = Npc$ となる。光子気体の場合でも(*)式において $v = c$ とした式が成り立つことから，光子気体の場合の圧力 P と体積 V の積は，内部エネルギー U を用いて，

$$PV = \boxed{\text{さ}} \times U \qquad \cdots\cdots (***)$$

と表される。

断熱変化で，体積を V から $V + \Delta V$ に，圧力を P から $P + \Delta P$ に微小変化させるとき，(***)式と熱力学第一法則を用いて，２次の微小量を無視すると，

$$\boxed{\text{し}} \times \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta P}{P} = 0$$

の関係式を得る。したがって，光子気体の断熱変化では $PV^{\gamma'} =$ 一定(ただし，$\gamma' = \boxed{\text{し}}$)が成り立つ。

理想気体の場合は内部エネルギー U が温度のみの関数であるのに対し，光子気体ではエネルギー密度 $\frac{U}{V}$ が温度のみの関数になることが知られている。このことと(***)式により，光子気体の等温変化では圧力が一定のまま体積が変化する。

この結果を用いて，以下に示す過程１～過程４からなる可逆サイクルの熱効率を求めてみよう。

は図2に示す通りである。以下では，状態iから状態jへの変化で気体が得た熱を Q_{ij} と表す。ここで，iとjはA～Dのいずれかを指す。

状態Bの体積 V_B は，P_A と P_B を用いると $V_B = \boxed{\text{け}} \times V_A$ となる。気体Fの U は P だけでなく V にも依存することに注意すると，Q_{BC} は，P_B，V_B，V_C を用いて $Q_{BC} = \boxed{\text{こ}}$ と表される。また，Q_{DA} を P_A，V_A，V_D を用いて表すと $Q_{DA} = \boxed{\text{さ}}$ となる。

ゆっくりと進む等温変化と断熱変化からなるサイクルにおいて，一般に次の事実が知られている。高温(絶対温度 T_H)の熱源から得た熱を Q_H，低温(絶対温度 T_L)の熱源から得た熱を Q_L とすると，$\dfrac{Q_H}{T_H} + \dfrac{Q_L}{T_L} = 0$ の関係が成り立つ。これを気体Fのサイクルにあてはめると

$$[\ \boxed{\text{し}}\ ] \times V_A + [\ \boxed{\text{す}}\ ] \times V_C = 0$$

が得られる(ただし，$\boxed{\text{し}}$ と $\boxed{\text{す}}$ は P_A，P_B，T_A，T_B を用いて表せ)。この式が任意の V_A と V_C について成り立つことから $x = \boxed{\text{せ}}$ となる。

問 2　気体Fの定圧モル比熱は定義することができない。その理由を述べよ。

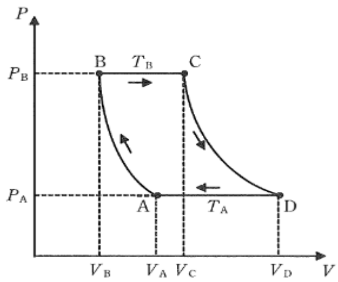

図2

過程1：圧力 P_1，体積 V_1 の状態Aから，等温変化で圧力一定のまま光子気体を膨張させ，体積が kV_1 $(k>1)$ の状態Bにする。

過程2：状態Bから，断熱変化で圧力を減少させ，圧力 P_2 $(P_1 > P_2)$，体積 V_C の状態Cにする。

過程3：状態Cから，等温変化で圧力一定のまま，過程4の断熱変化で状態Aに戻せるような体積 V_D まで光子気体を圧縮する。

過程4：状態Dから，断熱変化で状態Aに戻す。

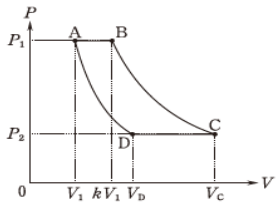

図3

過程2と過程4が断熱変化であることから，体積比 $\dfrac{V_C}{kV_1}$ および $\dfrac{V_D}{V_1}$ はともに P_1，P_2，γ' を用いて，

$$\frac{V_C}{kV_1} = \frac{V_D}{V_1} = \boxed{\text{す}}$$

と表される。このことから，過程1で気体がした仕事 W_1' と，過程3で気体がされた仕事 W_2' の比は，(***)式の結果より，光子気体の等温変化では圧力が一定であることに注意すると，P_1，P_2，γ' を用いて，

$$\frac{W_2'}{W_1'} = \boxed{\text{せ}}$$

と表される。

また，光子気体の等温変化では圧力が一定になることから，(***)式より，

$$\Delta U = \frac{1}{\boxed{\text{さ}}} \times P\Delta V$$

となり，光子気体の内部エネルギーの変化は0にならず，光子気体がした仕事に比例する。ここで，過程1で光子気体が吸収した熱量を Q_1'，過程3で光子気体が放出した熱量を Q_2' とし，内部エネルギーの変化が光子気体のした仕事に比例することに注意して熱力学第一法則を用いると，このサイクルにおける熱効率 e' は，

$$e' = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1'} = 1 - \frac{W_2'}{W_1'}$$

と表される。一方，状態A，Bの温度を T_1，状態C，Dの温度を T_2 とすると，絶対温度の定義より，$e' = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ であるから，光子気体のエネルギー密度 $\dfrac{U}{V}$ は絶対温度 T の $\boxed{\text{そ}}$ 乗に比例することがわかる。ただし，$\boxed{\text{そ}}$ は γ' を用いずに数値で答えよ。