

2025
ズバリ! 的中



数学

早稲田大学

1からnまでの数字を並べ替えて、どの数字も最初の位置とは異なる場所にいるような並べ替えの総数の問題

入試問題

2月16日実施 基幹理工・創造理工・先進理工学部
〔Ⅲ〕(1)(2)(3)

〔Ⅲ〕 1からnまでの異なる自然数が1つずつ書かれたn枚のカードが
一列に並んでいる。このとき、どのカードも現在とは異なる位置に
移動するように並べ替えてできる順列の総数を a_n で表し、並べ方
の総数 $n!$ に占める a_n の割合を p_n で表す。例えば、 $a_1 = 0$ 、 $p_1 = 0$ 、
 $a_2 = 1$ 、 $p_2 = \frac{1}{2}$ 、 $a_3 = 2$ 、 $p_3 = \frac{1}{3}$ である。次の間に答えよ。

- (1) a_4 の値を求めよ。
- (2) $n \geq 3$ のとき、 a_n を a_{n-1} と a_{n-2} を用いて表せ。
- (3) $n \geq 2$ のとき、 $p_n - p_{n-1}$ を n を用いて表せ。

河合塾

大学受験科 完成シリーズ
数学① T理系 第12講 3番

12・3

1からnまでの番号がついているn個の箱と、1からnまでの番号がついているn個
の球があり、それぞれの箱に球を1個ずつ無作為に入れるものとする。箱の番号と球の
番号がすべて異なる入れ方の総数を D_n とすると、次の間に答えよ。

- (1) D_4 を求めよ。
- (2) D_n 、 D_{n-1} 、 D_{n-2} ($n \geq 3$)の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) 箱の番号と球の番号がすべて異なる確率を P_n とすると、

$$P_n = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \quad (n \geq 2)$$

が成り立つことを示せ。