

2025
ズバリ! 的中



数学

東京理科大学

自然数を並べ替えて得られる数列についての
和の最大値を求めるときの考え方が的中

入試問題

2月5日実施 理学部 物理B方式
問題2 (2)(3)

2 n を自然数とし、自然数 $1, 2, 3, \dots, 2n$ から異なる n 個を選んで適当な順序に並べたものを

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$$

とする。選ばれなかった n 個を適当な順序に並べたものを

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$$

とする。以下の問いに答えよ。ただし、以下の (1), (2), (3) では、 a_i および b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) のあらゆる取り方を考える。 (30点)

(1) $\sum_{i=1}^n a_i b_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2$ を n の式で表せ。

(2) $\sum_{i=1}^n a_i b_i$ の最大値を n の式で表せ。

(3) すべての a_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) が奇数という条件のもとで、 $\sum_{i=1}^n a_i b_i$ の最小値を n の式で表せ。また、最小値を与える a_i, b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) に対し、

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i(2n-1-b_i)}$$

を n の式で表せ。

河合塾

大学受験科 完成シリーズ
数学①T 第13講 総合演習(4)
13・2 (2)

第13講

総合演習 (4)

演習

13・2

(1) $a < b, c < d$ に対して、 $ad + bc < ac + bd$ が成り立つことを示せ。

(2) n は正の整数とする。

正の整数 $1, 2, 3, \dots, n$ について、その順列を考え、並んだ正の整数を先頭から順に $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ とし、

$$S_n = \sum_{k=1}^n k a_k$$

とする。

S_n を最大にする $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ を求めよ。